

Fenômenos de
Transferência
*com Aplicações às
Ciências Físicas e à Engenharia*
Volume 2: Aplicações

Fenômenos de transferência com aplicações as ciências físicas e à engenharia volume 2: Aplicações

Copyright © 2019 José Pontes, Norberto Mangiavacchi, Leonardo Alves, Gustavo dos Anjos, Kémelli Estacio-Hiroms, Sílvia Hirata e Reinaldo Rosa
Direitos reservados pela Sociedade Brasileira de Matemática
A reprodução não autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação de direitos autorais. (Lei 9.610/98)

Sociedade Brasileira de Matemática

Presidente: Paolo Piccione
Vice-Presidente: Nancy Garcia
Diretores:
Walcy Santos
Gregório Pacelli
Marcio Gomes Soares
João Xavier

Editor Executivo

Hilário Alencar

Assessor Editorial

Tiago Costa Rocha

Coleção Matemática Aplicada

Comitê Editorial

Cassio Oishi
Elizabeth Karas (Editora - Adjunta)
Francisco Cribari
Joerg Schleicher
Ricardo Rosa
Yuan Jin Yun (Editor-Chefe)

Capa

Pablo Diego Regino sob projeto original de Ana Luisa Passos Videira

Distribuição e vendas

Sociedade Brasileira de Matemática
Estrada Dona Castorina, 110 Sala 109 - Jardim Botânico
22460-320 Rio de Janeiro RJ
Telefone: (21) 2529-5073
<http://www.sbm.org.br> / [email:lojavirtual@sbm.org.br](mailto:lojavirtual@sbm.org.br)

ISBN 978-85-8337-153-3

P813f

Pontes, José.

Fenômenos de transferência com aplicações as ciências físicas e à engenharia volume 2/ José Pontes e Norberto Mangiavacchi...[et al.] – Rio de Janeiro: SBM, 2019.

495 p. (Coleção Matemática Aplicada; 04)

ISBN 978-85-8337-153-3

1. Estabilidade hidrodinâmica. 2. Formações de Padrões. 3. Evolução da Ciência. 4. Escoamento bifásicos.
I. Mangiavacchi, Norberto. II. Título

04

COLEÇÃO
MATEMÁTICA
APLICADA

Fenômenos de
Transferência
*com Aplicações às
Ciências Físicas e à Engenharia*
Volume 2: Aplicações

José Pontes
Norberto Mangiavacchi
Leonardo Alves
Gustavo dos Anjos
Kémelli Estacio-Hiroms
Silvia Hirata
Reinaldo Rosa

1ª edição
2019
Rio de Janeiro





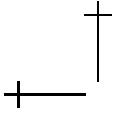
Sumário

Prefácio	XI
11 Instabilidades, Caos e Ordem nos Sistemas Físicos	1
11.1 Introdução	2
11.2 Estabilidade, Flutuações, Caos e Estrutura	2
11.3 Estabilidade Linear	13
11.4 Instabilidades Hidrodinâmica, de Transferência de Calor e de Massa . . .	15
III Análise de Estabilidade Linear em Camadas Cisalhantes Livres	19
12 Jatos Livres e Transversais	21
12.1 Introdução	21
12.2 Modelo para Escoamento Descontínuo	22
12.3 Jato Livre Descontínuo	28
12.4 Jato Transversal Descontínuo	31
12.5 Modelo para Escoamento Contínuo	44
12.6 Jato Livre Contínuo	49

12.7 Jato Transversal Contínuo	56
12.8 Problemas	79
IV Convecção de Bénard	81
13 Convecção de Rayleigh-Bénard: Estabilidade Linear	83
13.1 Introdução	83
13.2 Convecção de Rayleigh-Bénard: Equações Básicas	85
13.3 Comportamento Linear, Não Linearidades Fraca e Forte	86
13.4 Comportamento Linear	87
13.5 Problemas	98
14 Convecção de Rayleigh-Bénard: Equações de Amplitude	109
14.1 Introdução	109
14.2 O Método de Multiescalas	110
14.3 As Equações de Evolução com Escalas Lentas de Tempo e de Espaço	116
14.4 A Solução em Série de Potências da Distância ao Ponto de Bifurcação	117
14.5 Equações de Ginzburg-Landau	144
14.6 Equações de Newell-Witehead-Segel	149
14.7 Estabilidade de Estruturas Espaciais	150
14.8 Estruturas Fora de Sintonia com o Modo Crítico	153
14.9 Problemas	158
15 Convecção de Rayleigh-Bénard: A Equação de Swift-Hohenberg	173
15.1 Introdução	173
15.2 A Equação de Swift-Hohenberg	174
15.3 Resultados Numéricos	176
15.4 Conclusões	186
16 Convecção de Rayleigh-Bénard: Caos Determinístico	189

16.1 O Modelo de Lorenz	189
16.2 Coerência do Modelo	194
16.3 Problemas	195
17 Convecção de Bénard-Marangoni: Interfaces Isolantes e a Equação de Knobloch	197
17.1 Introdução	197
17.2 Superfícies Horizontais Conductoras Térmicas	200
17.3 Superfícies Horizontais Parcialmente Isolantes: A Equação de Knobloch	204
17.4 Resultados Numéricos	214
V Estabilidade Hidrodinâmica em Células Eletroquímicas	219
18 Estabilidade Hidrodinâmica em Células Eletroquímicas – Campos Hidrodinâmico e de Concentração Desacoplados	221
18.1 Introdução	221
18.2 Instabilidades de Corrente no Sistema $\text{Fe} - \text{H}_2\text{SO}_4$	224
18.3 O Campo Hidrodinâmico com a Viscosidade Estratificada	227
18.4 Estabilidade Hidrodinâmica: Perturbações Unidimensionais	230
18.5 Estabilidade Hidrodinâmica: Perturbações Tridimensionais	234
19 Estabilidade Hidrodinâmica em Células Eletroquímicas – Campos Hidrodinâmico e de Concentração Acoplados	251
19.1 Acoplamento da Hidrodinâmica ao Campo de uma Espécie Química	251
19.2 O Campo Estacionário	252
19.3 Estabilidade Hidrodinâmica: Perturbações Tridimensionais	258
19.4 Conclusões	284
VI Tópicos Especiais em Fenômenos de Transferência	287
20 Instabilidades e Padrões de Turbulência no Universo	289

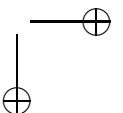
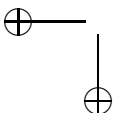
20.1	Introdução	289
20.2	Instabilidades e Regimes Turbulentos em Fluidos Neutros e Ionizados	290
20.3	Caracterização Estatística de Padrões Turbulentos	293
20.4	Padrões Turbulentos em Escalas Estelares	294
20.5	Padrões Turbulentos em Escalas Galáticas	295
20.6	Padrões Turbulentos em Escalas Cosmológicas	296
20.7	Conclusão	296
21	Introdução aos Escoamentos Bifásicos	299
21.1	Introdução	299
21.2	Equações de Governo	300
21.3	Abordagem Numérica	304
21.4	Abordagem Empírica ou Experimental	310
21.5	Problemas	317
22	Escoamento de Fluidos Viscosos em Moldes	319
22.1	Introdução	319
22.2	Equações Governantes	320
22.3	Condições de Contorno	336
22.4	Modelos de Viscosidade	337
22.5	Problemas	339
23	Transferência de Massa e Sistemas Reativos	341
23.1	Introdução	341
23.2	Equações Reação-Difusão	342
23.3	Estruturas de Turing	343
23.4	Comportamento Não linear	353
23.5	Problemas	355
24	Computação Simbólica na Análise de Estabilidade Linear	375



24.1 Introdução	375
24.2 Convecção Mista de Fluidos Viscoelásticos em Meios Porosos	376
24.3 Computação Simbólica	377
24.4 Problemas	390

VII Apêndice 391

F Álgebra Linear, Sistemas Dinâmicos e Equações Diferenciais Ordinárias	393
E1 Álgebra Linear e Espaços Vetoriais de Dimensão Finita	393
E2 Sistemas Dinâmicos	419
E3 Equações Diferenciais Ordinárias com Autovalores Reais e Distintos	430
E4 Equações Diferenciais Ordinárias com Autovalores Complexos e Distintos	433
E5 Exemplos – Sistemas com Duas Variáveis	437
E6 Exponencial de Operadores	441
E7 Autovalores Repetidos e Forma Canônica de Jordan	445
E8 Problemas	455



Prefácio

Este segundo volume de nosso livro *Fenômenos de Transferência com Aplicações às Ciências Físicas e Engenharia* complementa o primeiro, dedicado aos fundamentos da disciplina (Partes I e II). O segundo volume compreende as Partes III a VII, com aplicações especializadas, mas centradas no estudo de instabilidades e de emergência de estruturas em sistemas físicos. Destina-se a estudantes de graduação em nível mais avançado e a estudantes de cursos de pós-graduação. Especificamente:

1. A Parte III compreende o estudo da estabilidade de camadas de mistura cilíndricas e inclui contribuições do professor Leonardo Santos de Brito Alves, da Universidade Federal Fluminense.
2. A Parte IV trata do problema de convecção de Bénard, que aborda os fenômenos que têm origem na instabilidade de finas lâminas de fluido, cuja superfície inferior é aquecida a uma temperatura mais alta que a da superfície superior. O gradiente de temperatura conduz finalmente à instabilidade do estado de repouso, em virtude de dois possíveis mecanismos: o primeiro decorre da diminuição da massa específica do meio com aumentos de temperatura, o que leva a uma configuração instável, com as camadas menos densas de fluido na parte inferior das células de convecção. Instabilidades dessa natureza recebem o nome Rayleigh-Bénard. São tratadas nos caps. 13 a 16. O Cap. 13 trata de aspectos da estabilidade linear da lâmina de fluido. O capítulo que se segue aborda o comportamento não linear de estruturas com pequeno número de modos que emergem na vizinhança da primeira instabilidade (ou bifurcação), e a emergência das instabilidades secundárias que se seguem. O capítulo seguinte (Cap. 15) trata do comportamento não linear de estruturas contendo número arbitrário de modos de comprimento de onda próximo ao crítico. O Cap. 16 estuda o comportamento caótico de células confinadas de Bénard, no regime fortemente não

linear.

O segundo mecanismo de instabilidade ocorre em lâminas de fluido suficientemente finas, com a superfície superior livre, onde a tensão superficial depende da temperatura. O fenômeno recebe o nome de instabilidade de Bénard-Marangoni, e é o objeto do Cap. 17. O tratamento apresentado compreende o clássico, que considera as interfaces horizontais condutoras, o que resulta em números de Biot finitos em ambas. Apresenta-se também uma abordagem mais recente, que considera as interfaces como isolantes, caracterizadas por números de Biot que tendem a zero. Essa configuração dá origem a células de convecção com comprimento de onda muito maior do que a espessura da lâmina de fluido.

3. A Parte V aborda o problema da estabilidade hidrodinâmica em células eletroquímicas. Todo o material apresentado nos capítulos 18 e 19 contém resultados de linha de pesquisa desenvolvida por dois de nós (JP e NM). Essa parte trata da análise de estabilidade de uma solução clássica das equações da hidrodinâmica descoberta por von Kármán (1921)[213] e modificada pela presença de um perfil estacionário de viscosidade segundo uma das direções (Cap. 18). O Cap. 19 aborda a estabilidade linear do campo de von Kármán acoplado, através da viscosidade, ao de uma espécie química. Sendo o resultado de uma das linhas de pesquisa dos autores, o material dedicado ao assunto é um relatório sobre nosso trabalho em andamento e uma proposição de problemas com potencial interesse científico para trabalhos futuros.
4. A Parte VI, denominada Tópicos Especiais em Mecânica do Contínuo, contém resultados e material em desenvolvimento dentro das linhas de pesquisa dos autores. Os caps. 21 e 22 baseiam-se nas teses de doutoramento dos professores Gustavo Rabello dos Anjos e Kémelli Campanharo Estacio-Hiroms. Esses capítulos tratam de introdução aos escoamentos bifásicos e da injeção de fluidos viscosos em moldes, respectivamente. Há também um capítulo sobre turbulência em sistemas cosmológicos, que mostra uma aplicação dos métodos tratados no primeiro volume, a um problema fora da área de interesse específico da engenharia. O capítulo foi escrito pelo professor Reinaldo Roberto Rosa. A Parte VI compreende também um capítulo que aborda a instabilidade de Turing em sistemas reativos, e inclui diversos problemas de biologia teórica. Essa parte inclui, ainda, um capítulo sobre o uso de ferramentas de computação simbólica na análise de estabilidade linear, de autoria dos professores Leonardo Santos de Brito Alves e Sílvia da Costa Hirata.
5. A Parte VII contém um apêndice com revisão de princípios da álgebra linear, da teoria de equações diferenciais ordinárias lineares, homogêneas a coeficientes

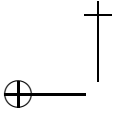
constantes e elementos da teoria de Sistemas Dinâmicos.

No que diz respeito à notação, adotamos a consagrada nos textos de fenômenos de transferência, embora com alguma não uniformidade. Referimo-nos especificamente à usada para as componentes do vetor velocidade, que denotamos por $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ em coordenadas cartesianas, e por $\mathbf{v} = (v_r, v_\theta, v_z)$, em coordenadas cilíndricas, exceto nos caps 12, 22 e 24, em que adotamos a notação $\mathbf{v} = (u, v, w)$ nos dois sistemas de coordenadas.

Temos a agradecer a várias pessoas que contribuíram para que o texto chegasse até esse ponto: Aos professores Renato Machado Cotta e Luiz Bevilacqua, da Coppe/UFRJ. Ao Departamento/Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio de Janeiro, e à Universidade do Estado do Rio de Janeiro, onde a maior parte desse trabalho foi escrito. À SBM – Sociedade Brasileira de Matemática e à ABCM – Associação Brasileira de Ciências e Engenharia Mecânica. Aos professores Oscar Rosa Mattos, Su Jian, Álvaro L. G. A. Coutinho, Fernando Pereira Duda, Átila P. S. Freire e Roberto Fernandes de Oliveira, da Coppe/UFRJ. Aos professores Wladimir Neves, do Instituto de Matemática/UFRJ, Helio Salim Amorim e Nicim Zagury, do Instituto de Física/UFRJ, pelo interesse com que acompanharam, por anos, o desenvolvimento do trabalho. Aos professores Elbert Einstein N. Macau (Inpe), à professora Rosana Sueli da Motta Jafelice, da Universidade Federal de Uberlândia e, em especial, ao professor José Alberto Cuminato, do Instituto de Ciências Matemáticas e da Computação – Icmc/USP – S. Carlos, pela orientação na escolha da SBM – Sociedade Brasileira de Matemática como a editora à qual submetemos o trabalho para publicação. Ao Dr. Eduardo Vitral, pelas observações, e pela cessão de alguns exercícios sobre a formação de estruturas em superfícies de materiais submetidos a bombardeamento iônico. A nossos alunos, em especial, a Daniel Lessa Coelho, pela recepção do texto, pelas críticas, sugestões, e por apontarem por várias vezes aspectos que nos escapavam, e incorreções do texto.

Aos coautores Leonardo Santos de Brito Alves, Gustavo Rabello dos Anjos, Sílvia da Costa Hirata, Kemelli Estácio-Hiroms e Reinaldo Roberto Rosa, JP e NM expressam seus agradecimentos pelas contribuições dadas a essa obra. Tais contribuições não se restringem aos capítulos dos quais são coautores, mas compreendem o resultado de inúmeras discussões que contribuíram para a melhora do texto como um todo.

Os autores agradecem o apoio financeiro das agências de fomento CnpQ, Capes, Faperj, e Fapesp. Agradecem também aos familiares pelo tempo de convívio que nos cederam, para que pudéssemos nos dedicar aos resultados aqui incluídos, e à preparação do texto. Agradecem também à *Pacis - Pan American Association of Computational Interdisciplinary Sciences*, pela autorização para incluirmos o conteúdo do Cap. 15, anteriormente publicado no *JCIS - Journal of Computational Interdisciplinary Sciences*.



JP agradece ao engenheiro Luiz Fernando Bonilauri pelo exame cuidadoso do manuscrito, por suas observações pertinentes, e por seu exemplo como pessoa e como profissional. Agradece em especial ao professor Daniel Walgraef, ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica, e à Universidade Livre de Bruxelas, a quem deve sua formação acadêmica.

Rio de Janeiro, julho de 2019.

Os autores.

